



第七章 相交线与平行线

7.1 相交线

7.1.1 两条直线相交



1. **A** 【解析】A 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为邻补角, 符合题意; B 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不互为邻补角, 不符合题意; C 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 相邻, 但并不互补, 所以不互为邻补角, 不符合题意; D 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不互为邻补角, 不符合题意. 故选 A.

2. $\angle AOC$ 或 $\angle BOD$ 【解析】因为 $\angle AOD + \angle AOC = \angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$, 所以 $\angle AOD$ 的邻补角是 $\angle AOC$ 或 $\angle BOD$, 故答案为 $\angle AOC$ 或 $\angle BOD$.

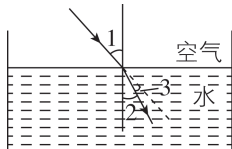
3. 144 【解析】设 $\angle A = x$, 则 $\angle B = 4x$. 根据题意得 $x + 4x = 180^\circ$, 解得 $x = 36^\circ$, 所以 $\angle B = 144^\circ$, 故答案为 144.

4. **C** 【解析】由对顶角的定义可知, 包含对顶角的工具是剪刀. 故选 C.

5. **A** 【解析】根据题意可得 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以要确定这 4 个角的度数, 至少要测量其中的 1 个角, 故选 A.

6. **小明** 【解析】若 $\theta = 140^\circ$, 则 $\angle 1$ 的对顶角为 $140^\circ - 60^\circ = 80^\circ$, 故 $\angle 1 = 80^\circ$, 所以小明的说法正确. 当 $\theta > 60^\circ$ 时, θ 越小, $\angle 1$ 的度数就越小; 当 $0^\circ < \theta \leq 60^\circ$ 时, θ 越小, $\angle 1$ 的度数就越大, 所以小刚的说法不正确. 故答案为小明.

7. 14 【解析】如图, 由题意得 $\angle 3$ 的度数即为光线的传播方向改变的度数.



因为 $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$, $\angle 1 = 42^\circ$, $\angle 2 = 28^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle 1 - \angle 2 = 42^\circ - 28^\circ = 14^\circ$. 故答案

为 14.
【技巧点拨】邻补角出现在“两线四角”模型中.

【关键点拨】对于角度之间的关系, 可以引入方程思想, 设未知数是比较简便且不容易出错的方法.

8. 【解】(1) 因为直线 AB 和 CD 相交于点 O , 所以 $\angle AOC = \angle BOD = 72^\circ$. 因为 OE 把 $\angle AOC$ 分成两部分, 且 $\angle AOE : \angle EOC = 3 : 5$, 所以 $\angle AOE = 72^\circ \times \frac{3}{8} = 27^\circ$, 所以 $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$.

(2) 因为 OF 平分 $\angle BOE$, 所以 $\angle BOE = 2\angle BOF = 4\angle AOE + 30^\circ$. 因为 $\angle BOE + \angle AOE = 180^\circ$, 所以 $4\angle AOE + 30^\circ + \angle AOE = 180^\circ$, 解得 $\angle AOE = 30^\circ$, 所以 $\angle EOC = 50^\circ$, $\angle EOF = \angle BOF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$, 所以 $\angle COF = \angle EOF - \angle EOC = 75^\circ - 50^\circ = 25^\circ$.



1. **D** 【解析】由题意可知, $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ = \angle 2 + \angle 3 = \angle 3 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 4$, 所以当 $\angle 1$ 增大 10° 时, $\angle 2$ 减少 10° , $\angle 3$ 增大 10° , $\angle 4$ 减少 10° , 所以 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 的和改变, 所以选项 D 错误. 故选 D.

2. 40 或 80 【解析】当这两个角是对顶角时, 根据对顶角相等可得 $2x - 10 = 110 - x$, 解得 $x = 40$. 当这两个角互为邻补角时, 根据邻补角互补可得 $2x - 10 + 110 - x = 180$, 解得 $x = 80$.

3. 【解】(1) 因为 $\angle BCE = 40^\circ$, 点 C 在直线 DE 上, 所以 $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCE = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. 又因为 CF 平分 $\angle BCD$, 所以 $\angle BCF = \angle DCF = 70^\circ$. 因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACF = \angle ACB - \angle BCF = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

(2) 因为 $\angle BCE = \alpha$, 点 C 在直线 DE 上, 所以 $\angle BCD = 180^\circ - \alpha$. 又因为 CF 平分 $\angle BCD$, 所

以 $\angle BCF = \angle DCF = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$. 因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACF = \angle ACB - \angle BCF = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{1}{2}\alpha$. 故答案为 $\frac{1}{2}\alpha$.

(3) $\angle ACF = \frac{1}{2}\angle BCE$. 理由如下:
因为点 C 在 DE 上,
所以 $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCE$. 因为 CF 平分 $\angle BCD$, 所以 $\angle BCF = \frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BCE) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BCE$.
因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACF = \angle ACB - \angle BCF = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}\angle BCE\right) = \frac{1}{2}\angle BCE$,
即 $\angle ACF = \frac{1}{2}\angle BCE$.

刷素养

4. 【解】(1) 因为射线 OC 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle BOC = \angle COD$. 因为 $\angle AOC + \angle COD = 180^\circ$, 所以 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以射线 OB 为 $\angle BOC$ 与 $\angle AOC$ 的“互补线”.
(2) 因为射线 OE 为 $\angle BOC$ 与 $\angle BOE$ 的“互补线”, 所以 $\angle BOC + \angle BOE = 180^\circ$. 又因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle BOE$. 因为 $\angle AOC + \angle DOA = 180^\circ$, 且 $\angle DOA = 136^\circ$, 所以 $\angle AOC = 180^\circ - \angle DOA = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = \angle BOE = 44^\circ$, 所以 $\angle DOE = \angle BOE + \angle BOD = 44^\circ + 44^\circ = 88^\circ$.
(3) $\angle BOC + \angle EOF$ 的度数为定值. 因为射线 OB 为 $\angle BOC$ 与 $\angle AOC$ 的“互补线”, 所以 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$. 因为射线 OE, OF 分别平分 $\angle AOC, \angle BOC$, 所以 $\angle AOE = \angle EOC, \angle BOF = \angle FOC$. 因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle BOF + \angle FOC + \angle AOE + \angle EOC = 180^\circ$, 所以 $2\angle BOF + 2\angle EOC = 180^\circ$, 所以 $\angle BOF + \angle EOC = 90^\circ$. 因为 $\angle EOC = \angle EOF + \angle FOC$, 所

关键点拨 1. D 【解析】

根据题意证明 $\angle AOC = 90^\circ$ 即可.

以 $\angle BOF + \angle EOF + \angle FOC = 90^\circ$, 所以 $\angle BOC + \angle EOF = 90^\circ$.

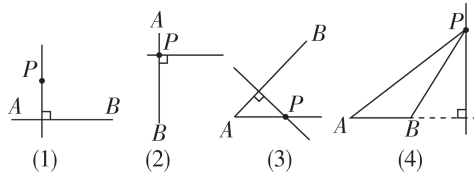
7.1.2 两条直线垂直



选项	分析	结论
A	由 $OA = OB$ 只能得出 O 是 AB 的中点, 不能说明 $AB \perp CD$	错误
B	由 $OC = OD$ 只能得出 O 是 CD 的中点, 不能说明 $AB \perp CD$	错误
C	$\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 是对顶角, 始终是相等的, 不能说明 $AB \perp CD$	错误
D	因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 且 $\angle AOC = \angle BOC$, 所以 $\angle AOC = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$, 所以 $AB \perp CD$	正确

2. 【解】(1) 因为 $OM \perp AB$, 所以 $\angle AOM = 90^\circ$, 即 $\angle 1 + \angle AOC = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 2 + \angle AOC = 90^\circ$, 即 $\angle CON = 90^\circ$, 所以 $ON \perp CD$.
(2) 因为 $OM \perp AB$, 所以 $\angle BOM = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle BOD = 180^\circ - \angle BOM = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle BOD$, 所以 $\angle 1 = 30^\circ$, 所以 $\angle BOC = \angle 1 + \angle BOM = 120^\circ$.
3. D 【解析】在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 直线上有无数个点, 所以在平面内作已知直线的垂线, 可作无数条. 故选 D.

4. 【解】如图所示:



5. ①③ 【解析】依据是①两点之间, 线段最短; ③垂线段最短, 故答案为①③.
6. A 【解析】根据点到直线的距离的概念可知, 点 A 到直线 l_2 的距离等于 4, 点 C 到直线

l_1 的距离等于 5, 点 C 到 AB 的距离等于 3, 点 B 到 AC 的距离等于 $3 \times 4 \div 5 = 2.4$. 故选 A.

7. A 【解析】因为点 P 到 l 的距离 PB 的长为 4 cm, 所以 $PA \geq 4$ cm, 所以线段 PA 的长不可能是 3.5 cm. 故选 A.

刷提升

1. B 【解析】由题意得, 当 $AP \perp MN$, 即 $\angle APN = 90^\circ$ 时, AP 的长度为村庄 A 到河道的距离. 由题表可知当 $\angle APN = 88.8^\circ$ 时, AP 的长度为 549 m. 因为垂线段最短, 所以村庄 A 到河道的距离小于 549 m. 故选 B.

2. D 【解析】设点 P 到直线 l 的距离为 d . ①当 $d > 5$ cm 时, 根据“垂线段最短”可知, 直线 l 上不存在点 Q 使 $PQ = 5$ cm, 故此时满足条件的线段有 0 条, 故选项 A 符合题意; ②当 $d = 5$ cm 时, 根据“垂线段最短”可知, 直线 l 上只存在一个点 Q 使 $PQ = 5$ cm, 故此时满足条件的线段只有 1 条, 故选项 B 符合题意; ③当 $d < 5$ cm 时, 直线 l 上存在两个点 Q 使 $PQ = 5$ cm, 故此时满足条件的线段有 2 条, 故选项 C 符合题意. 由上可知, 这样的线段条数不可能是 3. 故选 D.

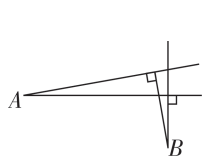
3. D 【解析】设点 B 到 AP 的距离为 h_1 , 点 C 到 AP 的距离为 h_2 , AP 的长度为 l . 因为 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}AP \cdot h_1 = \frac{1}{2}lh_1$, $S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}AP \cdot h_2 = \frac{1}{2}lh_2$, 所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}l(h_1 + h_2)$, 所以 $h_1 + h_2 = \frac{2S_{\triangle ABC}}{l}$. 因为在点 P 的运动过程中, 三角形 ABC 的面积是固定不变的, AP 的长度 l 先减小后增大, 所以 $h_1 + h_2$ 先增大后减小, 即点 B 与点 C 到直线 AP 的距离之和先增大后减小. 故选 D.

4. 10° 或 138° 【解析】设 $\angle B$ 的度数是 x° , 则 $\angle A$ 的度数为 $(4x - 30)^\circ$. 如图(1), 此时 $\angle A = \angle B$, 即 $x = 4x - 30$, 解得 $x = 10$, 所以 $\angle A$ 的度数为 10° .

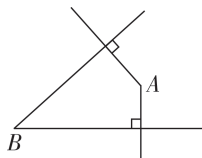
思路分析 5. 110° 或 70° 【解析】分两种情况进行讨论:

分两种情况进行讨论: OM 在 AC 上方和 OM 在 AC 下方, 先依据已知条件求得 $\angle BOE$ 的度数, 再根据 $\angle MOB = 90^\circ$, 即可求得 $\angle MOE$ 的度数.

如图(2), 此时 $\angle A + \angle B = 180^\circ$, 即 $x + 4x - 30 = 180$, 解得 $x = 42$, 所以 $\angle A$ 的度数为 $(4x - 30)^\circ = 138^\circ$. 综上, $\angle A$ 的度数为 10° 或 138° . 故答案为 10° 或 138° .

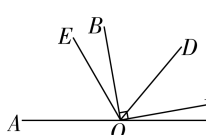


图(1)

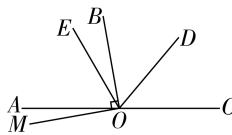


图(2)

①如图(1)所示, OM 在 AC 上方. 因为 OD 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle COD = \angle BOD$. 因为 $4\angle BOE + \angle BOC = 180^\circ$, $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle AOB = 4\angle BOE$, 即 $\angle AOE = 3\angle BOE$. 设 $\angle BOE = \alpha$, 则 $\angle AOE = 3\alpha$, $\angle BOD = 70^\circ - \alpha = \angle COD$. 因为 $\angle AOC$ 为平角, 所以 $\angle AOE + \angle DOE + \angle COD = 180^\circ$, 即 $3\alpha + 70^\circ + 70^\circ - \alpha = 180^\circ$, 解得 $\alpha = 20^\circ$, 所以 $\angle BOE = 20^\circ$. 又因为 $OM \perp OB$, 所以 $\angle MOB = 90^\circ$, 所以 $\angle MOE = \angle BOE + \angle MOB = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ$.



图(1)



图(2)

②如图(2)所示, OM 在 AC 下方. 同理可得, $\angle BOE = 20^\circ$. 又因为 $OM \perp OB$, 所以 $\angle MOB = 90^\circ$, 所以 $\angle MOE = \angle MOB - \angle BOE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$. 综上所述, $\angle MOE$ 的度数为 110° 或 70° . 故答案为 110° 或 70° .

刷素养

6. 【解】(1) 当 $t = 3$ 时, $\angle AOB = 180^\circ - 4^\circ \times 3 - 6^\circ \times 3 = 150^\circ$.

(2) 依题意, 得 $4t + 6t = 180 + 80$, 解得 $t = 26$. 故当 $\angle AOB$ 第二次达到 80° 时, t 的值为 26.

(3) 存在. 令 $4t + 6t = 180$, 解得 $t = 18$. 当 $0 \leq t \leq 18$ 时, $180 - 4t - 6t = 90$, 解得 $t = 9$; 当 $18 < t \leq 60$ 时, $4t + 6t = 180 + 90$ 或 $4t + 6t = 180 + 270$, 解得 $t = 27$ 或 $t = 45$.

关键点拨

(3) 注意分两种情况讨论, 分别构建方程求解.

综上,在转动过程中存在这样的 t ,使得射线 OB 与射线 OA 垂直, t 的值为 9 或 27 或 45.

7.1.3 两条直线被第三条直线所截

刷基础

1. A 【解析】选项 A 中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角;选项 B、C、D 中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都不是同位角. 故选 A.

2. $\angle 4$ 【解析】根据同位角的定义可知,与 $\angle 1$ 构成同位角的是 $\angle 4$. 故答案为 $\angle 4$.

3. C 【解析】根据内错角的定义,可知 N 中含有内错角,E、F、X 中不含有内错角.

4. D 【解析】由题图可知, $\angle A$ 的内错角为 $\angle 4$. 故选 D.

5. 10 【解析】内错角有 $\angle BGH$ 和 $\angle CBG$, $\angle BGF$ 和 $\angle MBG$, $\angle EFC$ 和 $\angle BCF$, $\angle ACD$ 与 $\angle CFH$, $\angle A$ 和 $\angle AGH$, $\angle A$ 和 $\angle AFE$, $\angle AFG$ 和 $\angle BGF$, $\angle AGF$ 和 $\angle CFG$, $\angle A$ 和 $\angle ACD$, $\angle A$ 和 $\angle ABM$, 所以题图中共有内错角 10 对. 故答案为 10.

6. C 【解析】根据同旁内角的定义可知, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是一对同旁内角. 故选 C.

7. A 【解析】由题图可得, $\angle CDB$ 与 $\angle DBE$ 是由直线 CD , AB 被直线 BD 所截形成的同旁内角, 故选 A.

8. 16 【解析】由题图可知同位角有 $\angle 1$ 与 $\angle C$, $\angle 5$ 与 $\angle C$, 共 2 对; 内错角有 $\angle 2$ 与 $\angle 4$, $\angle 3$ 与 $\angle 5$, 共 2 对; 同旁内角有 $\angle 2$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$, $\angle 4$ 与 $\angle C$, $\angle 3$ 与 $\angle C$, 共 4 对, 所以 $a=2$, $b=2$, $c=4$, 所以 $abc=2 \times 2 \times 4=16$, 故答案为 16.

9. 【解】 $\angle 1$ 与 $\angle D$ 是直线 BA 和直线 CD 被直线 AD 所截得到的内错角; $\angle 1$ 与 $\angle B$ 是直线 AD 和直线 BC 被直线 AB 所截得到的同位角; $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是直线 AB 和直线 CD 被直线 AC 所截得到的内错角; $\angle B$ 与 $\angle BCD$ 是直线 AB 和直线 CD 被直线 BC 所截得到的同旁内角; $\angle 2$

思路分析

在复杂的图形中判断同位角、内错角和同旁内角时,应从角的两边入手,具有以上位置关系的一对角必有两边在同一直线上,此直线即为截线,而不在同一直线上的两边,它们所在的直线即为被截线.

关键点拨

(1) 根据关联角所满足的关系式 $\angle \beta = \angle \alpha + 30^\circ$ 即可解答.
(2) 由 $\angle AGH$ 与 $\angle BGH$ 、 $\angle CHG$ 与 $\angle DHG$ 的互补关系, 求出 $\angle DHG$ 与 $\angle BGH$ 之间的数量关系, 即可得结论.

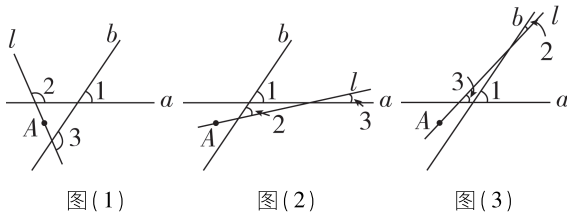
与 $\angle 4$ 是直线 AD 和直线 CD 被直线 AC 所截得到的同旁内角.

刷提升

1. B 【解析】由同旁内角的定义可得,与 $\angle B$ 是同旁内角的是 $\angle BAC$, $\angle BCA$, $\angle BAF$, 共 3 个. 故选 B.

2. (1) 4 2 2 (2) 12 6 6 (3) $2n(n-1)$
 $n(n-1)$ $n(n-1)$ 【解析】(1) 两条水平的直线被一条竖直的直线所截, 同位角有 4 对, 内错角有 2 对, 同旁内角有 2 对.
(2) 三条水平的直线被一条竖直的直线所截, 同位角有 12 对, 内错角有 6 对, 同旁内角有 6 对.
(3) 因为两条水平的直线被一条竖直的直线所截, 同位角有 $4=2 \times 1 \times 2$ 对, 三条水平的直线被一条竖直的直线所截, 同位角有 $12=2 \times 2 \times 3$ 对, 所以 n (n 为大于 1 的整数) 条水平直线被一条竖直直线所截, 同位角有 $2n(n-1)$ 对, 内错角有 $n(n-1)$ 对, 同旁内角有 $n(n-1)$ 对.

3. 【解】能, 画法如图所示:



图(1)、图(2)和图(3)中的 $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 都是 $\angle 1$ 的同位角.

4. 【解】(1) 因为 $\angle \beta$ 是 $\angle \alpha$ 的关联角, $\angle \alpha = 50^\circ$, 所以 $\angle \beta = \angle \alpha + 30^\circ = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$. 故答案为 80.
(2) $\angle DHG$ 是 $\angle BGH$ 的关联角. 理由如下:
因为 $\angle AGH$ 是 $\angle CHG$ 的关联角, 所以 $\angle AGH = \angle CHG + 30^\circ$.
因为 $\angle DHG = 180^\circ - \angle CHG$, $\angle BGH = 180^\circ - \angle AGH$, 所以 $\angle DHG - \angle BGH = 180^\circ - \angle CHG - (180^\circ - \angle AGH) = \angle AGH - \angle CHG = 30^\circ$, 所以 $\angle DHG = \angle BGH + 30^\circ$, 所以 $\angle DHG$ 是 $\angle BGH$ 的关联角.

刷素养

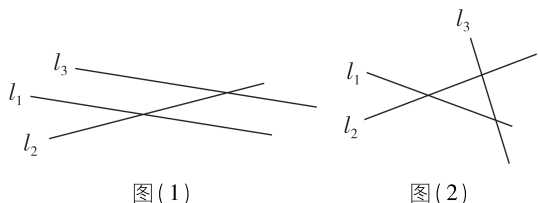
5. 【解】(1) (答案不唯一) 路径: $\angle 1 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 12 \xrightarrow{\text{同旁内角}} \angle 8$.
 (2) 从起始位置 $\angle 1$ 按同位角、内错角、同旁内角的顺序跳三次, 能跳到终点位置 $\angle 8$. 其路径为 $\angle 1 \xrightarrow{\text{同位角}} \angle 10 \xrightarrow{\text{内错角}} \angle 5 \xrightarrow{\text{同旁内角}} \angle 8$.

7.2 平行线

7.2.1 平行线的概念

刷基础

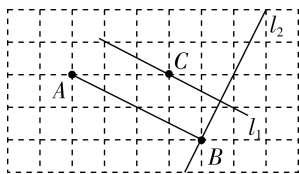
1. D 【解析】结合题图可知, 与棱 AB 平行的棱为 EF . 故选 D.
 2. D 【解析】根据题意可得下列位置关系:



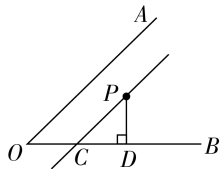
图(1)

图(2)

- 如图(1), l_1 与 l_3 平行, 如图(2), l_1 与 l_3 相交, 则 l_1 与 l_3 可能相交, 可能平行, 故选 D.
 3. B 【解析】过 AC 的中点 D 作 AB 的平行线, 作图正确的是选项 B, 故选 B.
 4. 【解】如图所示, l_1, l_2 即为所求.



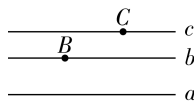
5. 【解】(1) 如图, 直线 PC 即为所求.
 (2) 如图, 线段 PD 即为所求.



- (3) 根据垂线段最短可知 $PC > PD$. 故答案为 $PC > PD$, 垂线段最短.
 6. C 【解析】因为过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行, 所以过点 O 的 4 条直线中, 至少有 3 条直线和直线 l 相交. 故选 C.

7. 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行

8. 【解】(1) 如图, 过直线 a 外的点 B 画直线 a 的平行线, 只能画出一条直线 b 与直线 a 平行.

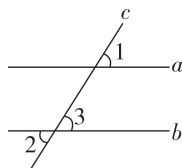


- (2) 如图, 过点 C 画直线 a 的平行线 c , 它与(1)中所画的直线 b 平行. 理由如下: 因为 $b \parallel a, c \parallel a$, 所以 $c \parallel b$.

7.2.2 平行线的判定

刷基础

1. A 【解析】 $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore AE \parallel BF$ (同位角相等, 两直线平行). 故选 A.
 2. 平行 【解析】如图所示, $\because \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 2, \therefore \angle 1 = \angle 3, \therefore a \parallel b$, 故答案为平行.



3. D 【解析】诗诗同学: $\because \angle BAC = \angle ACD, \therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行); 麦麦同学: $\because \angle BAD = \angle ADC, \therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行); 皓皓同学: $\because \angle ABF = \angle CDE, \therefore AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行). 综上, 诗诗和麦麦的方案依据的是“内错角相等, 两直线平行”. 故选 D.

4. 1 3 2 4 内错角相等, 两直线平行

【解析】 $\because \angle BAD = \angle DCB, \angle 1 = \angle 3$ (已知),
 $\therefore \angle BAD - \angle 1 = \angle DCB - \angle 3$ (等式的性质),
 $\therefore \angle 2 = \angle 4$,
 $\therefore AD \parallel BC$ (内错角相等, 两直线平行).

5. 【解】 $l_1 \parallel l_2$. 理由: $\because AE$ 平分 $\angle BAC, CE$ 平分 $\angle ACD, \therefore \angle BAC = 2 \angle EAC, \angle ACD = 2 \angle ACE$.
 $\because \angle EAC + \angle ACE = 90^\circ, \therefore 2 \angle EAC + 2 \angle ACE = 180^\circ$, 即 $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ, \therefore l_1 \parallel l_2$.

6. A 【解析】同一平面内, $a \perp b, b \perp c, \therefore a \parallel c$.
 $\because c \perp d, \therefore a \perp d$, 故 A 选项符合题意, C、D 选

关键点拨

熟知平行线的画法, 是解题的关键.

刷有所得

同一平面内, 垂直于同一条直线的两条直线平行. 如果一条直线垂直于两条平行线中的一条直线, 那么这条直线也垂直于两条平行线中的另一条直线.

项不符合题意; $\because b \perp c, c \perp d, \therefore b \parallel d$,故 B 选项不符合题意. 故选 A.

刷易错

7. D 【解析】因为同位角的数量关系不明确, 所以无法判断两条直线的位置关系. 故选 D.

刷提升

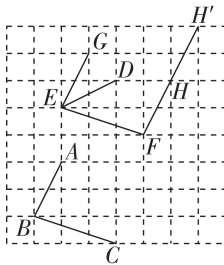
1. D 【解析】 $\because \angle A = 30^\circ, \angle ACD = 30^\circ, \therefore \angle A = \angle ACD, \therefore AB \parallel DE$, 故 A 不符合题意; $\because \angle BCE = 60^\circ, \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle ACD = 30^\circ, \therefore \angle A = \angle ACD, \therefore AB \parallel DE$, 故 B 不符合题意; $\because \angle B + \angle BCD = 180^\circ, \therefore AB \parallel DE$, 故 C 不符合题意; 由 $\angle BCE + \angle BCD = 180^\circ$ 不能得出 $AB \parallel DE$, 故 D 符合题意. 故选 D.

2. B 【解析】A、C、D 选项, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 既不是内错角, 也不是同位角, 与其相等的角也没有特殊的位置关系, \therefore 不能判定纸带两条边线 a, b 互相平行, 故选项 A、C、D 不符合题意; B 选项, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角, 且 $\angle 1 = \angle 2, \therefore$ 能判定纸带两条边线 a, b 互相平行, 故该选项符合题意. 故选 B.

3. 平行 【解析】 $\because l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3, l_3 \perp l_4, l_4 \parallel l_5, \dots, \therefore l_2 \perp l_4, l_4 \perp l_6, l_6 \perp l_8, \dots, \therefore l_2 \perp l_{12}, \therefore l_1 \perp l_2, \therefore l_1 \parallel l_{12}$, 故答案为平行.

4. $\angle ACD = 90^\circ$ (答案不唯一) 【解析】 $\because AB \perp AC, \therefore \angle BAC = 90^\circ$. 若 $\angle ACD = 90^\circ$, 则 $\angle BAC = \angle ACD = 90^\circ, \therefore AB \parallel CD$, 故答案为 $\angle ACD = 90^\circ$ (答案不唯一).

5. 【解】(1) 如图, 点 G, 线段 EG 即为所求.
(2) 如图, 点 H (或 H'), 线段 FH (或 FH') 即为所求.



刷素养

6. 【解】(1) $\because \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ +$

同位角相等, 才能判定两条直线平行.

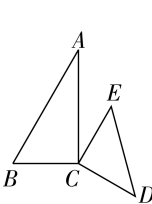
$\angle ACD, \therefore \angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ. \therefore \angle BCD = 110^\circ, \therefore \angle ACE = 70^\circ$. 故答案为 70° .

(2) $\angle BCD + \angle ACE = 180^\circ$. 理由如下:
 $\because \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD,$
 $\therefore \angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ.$

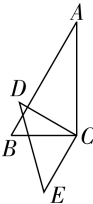
(3) 分两种情况: ①如图(1)所示, 当 $\angle BCD = 150^\circ$ 时, $AB \parallel CE$. 理由: $\because \angle BCD = 150^\circ, \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ, \therefore \angle ACE = 30^\circ, \therefore \angle A = \angle ACE = 30^\circ, \therefore AB \parallel CE$.

②如图(2)所示, 当 $\angle BCD = 30^\circ$ 时, $AB \parallel CE$. 理由: $\because \angle BCD = 30^\circ, \angle DCE = 90^\circ, \therefore \angle BCE = 60^\circ, \therefore \angle BCE = \angle B = 60^\circ, \therefore AB \parallel CE$.

综上所述, 当 $\angle BCD$ 等于 150° 或 30° 时, $CE \parallel AB$.



图(1)

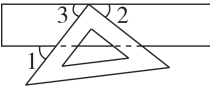


图(2)

7.2.3 平行线的性质

刷基础

1. B 【解析】如图, $\because \angle 1 = 52^\circ, \therefore \angle 3 = \angle 1 = 52^\circ, \therefore \angle 2 = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$. 故选 B.



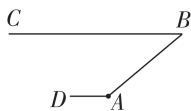
2. 45° 【解析】 $\because AB \parallel CD, \angle FED = 65^\circ, \therefore \angle GFB = 65^\circ. \because \angle HFB = 20^\circ, \therefore \angle GFH = \angle GFB - \angle HFB = 45^\circ$, 故答案为 45° .

3. C 【解析】题目未说明两条直线平行, 所以内错角 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小可任意调整, 可能满足和为 90° , 也可能和为 180° , 所以 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 可能互余, 也可能互补. 若两条直线平行, 则内错角相等, 所以 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 也可能相等. 综上, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 可能互余, 可能互补, 也可能相等, 只有 C 选项正确, A、B、D 选项说法不正确, 故选 C.

易错警示 注意内错角在两条直线平行的前提下才相等.

4. 70° 【解析】 $\because \angle ABE = 140^\circ, \angle CDF = 150^\circ,$
 $\therefore \angle ABP = 180^\circ - \angle ABE = 40^\circ, \angle CDP = 180^\circ -$
 $\angle CDF = 30^\circ. \because AB \parallel MN, CD \parallel MN, \therefore \angle EPN =$
 $\angle ABP = 40^\circ, \angle FPN = \angle CDP = 30^\circ, \therefore \angle EPF =$
 $\angle EPN + \angle FPN = 70^\circ,$ 故答案为 70° .

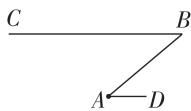
5. C 【解析】当点 D 在点 A 的左侧时,如图(1).



图(1)

$\because AD \parallel BC, \angle ABC = 40^\circ, \therefore \angle BAD = 180^\circ -$
 $\angle ABC = 140^\circ.$

当点 D 在点 A 的右侧时,如图(2).

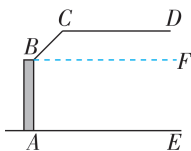


图(2)

$\because AD \parallel BC, \angle ABC = 40^\circ, \therefore \angle BAD =$
 $\angle ABC = 40^\circ.$

综上所述, $\angle BAD$ 的度数为 40° 或 140° . 故选 C.

6. 135° 【解析】如图,过点 B 作 $BF \parallel CD,$
 $\therefore \angle BCD + \angle CBF = 180^\circ. \because \angle BCD = 135^\circ,$
 $\therefore \angle CBF = 180^\circ - \angle BCD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$
 $\because CD \parallel AE, \therefore BF \parallel AE, \therefore \angle FBA + \angle BAE =$
 $180^\circ. \because BA \perp AE, \therefore \angle BAE = 90^\circ, \therefore \angle FBA =$
 $90^\circ, \therefore \angle ABC = \angle FBA + \angle CBF = 90^\circ +$
 $45^\circ = 135^\circ.$



7. 【解】(1) $\because \angle E = \angle EMA, \angle BQM = \angle BMQ,$
 $\angle EMA = \angle BMQ, \therefore \angle E = \angle BQM, \therefore EF \parallel BC.$
 (2) $\because FP \perp AC, \therefore \angle PGC = 90^\circ.$
 $\because EF \parallel BC, \therefore \angle EAC + \angle C = 180^\circ.$
 $\because \angle 2 + \angle C = 90^\circ, \therefore \angle BAC = \angle PGC = 90^\circ,$
 $\therefore AB \parallel FP, \therefore \angle 1 = \angle B.$
 (3) $\because \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, \angle 4 = \angle MNF,$
 $\therefore \angle 3 + \angle MNF = 180^\circ,$

$\therefore AB \parallel FP, \therefore \angle F + \angle BAF = 180^\circ.$

$\because \angle BAF = 3\angle F - 20^\circ,$

$\therefore \angle F + 3\angle F - 20^\circ = 180^\circ,$ 解得 $\angle F = 50^\circ.$

$\because AB \parallel FP, EF \parallel BC,$

$\therefore \angle B = \angle 1, \angle 1 = \angle F,$

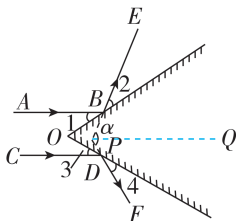
$\therefore \angle B = \angle F = 50^\circ.$

注意分点 D
 在点 A 的左侧
 和右侧两种情
 况求解.



刷提升

1. A 【解析】如图,设 EB, FD 延长线的交点为
 点 P ,过 P 作 $PQ \parallel AB. \because AB \parallel CD, \therefore PQ \parallel CD,$
 $\therefore \angle EPQ = \angle ABP, \angle FPQ = \angle CDP, \therefore \angle EPQ +$
 $\angle FPQ = \angle ABP + \angle CDP, \therefore \angle EPF = \angle ABP +$
 $\angle CDP. \because \angle 2 = \angle OBP, \angle 4 = \angle ODP, \angle 1 =$
 $\angle 2, \angle 3 = \angle 4, \therefore \angle ABP = \angle 1 + \angle 2 = 2\angle 1,$
 $\angle CDP = \angle 3 + \angle 4 = 2\angle 3, \therefore \angle EPF = 2(\angle 1 +$
 $\angle 3),$ 即 $\alpha = 2(\angle 1 + \angle 3).$ 同理 $\angle O = \angle ABO +$
 $\angle CDO,$ 即 $\theta = \angle 1 + \angle 3, \therefore \theta = \frac{1}{2}\alpha.$ 故选 A.



关键点拨

熟练掌握平行
 线的性质是解
 题的关键.

2. B 【解析】如图,延长 EF 至 $H. \because FB$ 平分
 $\angle DFE, \therefore \angle 4 = \angle 5. \because AB \parallel EF, \therefore \angle 1 + \angle 5 =$
 $180^\circ, \angle 1 = \angle BFH = \angle 4 + \angle 6 = \angle 5 + \angle 6,$
 $\therefore \angle 5 = \angle 1 - \angle 6, \therefore \angle 1 + \angle 1 - \angle 6 = 2\angle 1 -$
 $\angle 6 = 180^\circ. \because CD \parallel EF, \therefore \angle 3 = \angle 6, \therefore 2\angle 1 -$
 $\angle 3 = 180^\circ,$ 故结论①正确. $\because BD \perp DF,$
 $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ. \because CD \parallel EF, \therefore \angle 3 = 180^\circ -$
 $\angle DFE = 180^\circ - 2\angle 4, \therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle 2 + 180^\circ -$
 $2\angle 4 = 90^\circ, \therefore 2\angle 4 - \angle 2 = 90^\circ,$ 故结论②正确.
 $\because AB \parallel EF, CD \parallel EF, \therefore AB \parallel CD, \therefore \angle 1 + \angle 7 +$
 $\angle 2 = 180^\circ.$ 根据已知条件无法推出 $\angle 2 = \angle 7,$
 \therefore 无法得到 $\angle 1 + 2\angle 2 = 180^\circ,$ 故结论③不正
 确. $\because \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ, \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ, \therefore \angle 1 +$
 $\angle 5 + \angle 2 + \angle 3 = 270^\circ.$ 又 $\because \angle 1 = \angle BFH = \angle 4 +$
 $\angle 6 = \angle 5 + \angle 3, \therefore 2\angle 1 + \angle 2 = 270^\circ,$ 故结论④

大招专题 1 平行线中常见的辅助线



刷难关

大招解读 | 过“拐点”作平行线

平行线问题中遇到拐点时,通常过这个拐点作一条直线与已知两条平行线平行,然后利用平行线的性质进行角的转换与计算.

① 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2$.

② 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
猪脚模型
结论: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$.

③ 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$.

④ 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
铅笔头模型
结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

⑤ 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

⑥ 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1 = 180^\circ$.

⑦ 已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

⑧ 已知: $AB \parallel CD$.
结论: $\angle E + \angle G + \angle J + \angle M = \angle B + \angle F + \angle H + \angle K + \angle D$.
锯齿模型

思路分析

(3) 如图(3),过点 E 作 $ES \parallel CD$, 设直线 CF 和射线 BP 相交于点 G . 根据平行线的性质和角平分线的定义可求 $\angle PBM$ 的度数.

刷有所得

此题中作辅助线的方法在平行线问题中较为常用,其目的是构造平行线被第三条直线所截形成的“三线八角”,然后利用平行线的性质进行角的转换,从而解题.

180° , $\angle MEB = \angle ABE$, $\angle 1 = \angle ABG$, $\angle 1 + \angle \beta = \angle 3$, $\therefore \angle ABG + \angle \beta = \angle 3$.

$\because BG$ 平分 $\angle ABE$, $\therefore \angle ABG = \frac{1}{2} \angle ABE$,

$\therefore \frac{1}{2} \angle ABE + \angle \beta = \angle 3$.

$\because DH$ 平分 $\angle EDF$, $\therefore \angle 3 = \frac{1}{2} \angle EDF$,

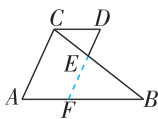
$\therefore \frac{1}{2} \angle ABE + \angle \beta = \frac{1}{2} \angle EDF$,

$\therefore \angle \beta = \frac{1}{2} (\angle EDF - \angle ABE)$,

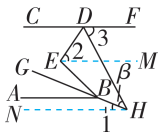
$\therefore \angle EDF - \angle ABE = 2 \angle \beta$. 设 $\angle DEB = \angle \alpha$.

$\because \angle DEB$ 比 $\angle DHB$ 大 60° , $\therefore \angle \beta = \angle \alpha - 60^\circ$.

$\because \angle \alpha = \angle 2 + \angle MEB = 180^\circ - \angle EDF + \angle ABE = 180^\circ - (\angle EDF - \angle ABE) = 180^\circ - 2 \angle \beta$, $\therefore \angle \alpha = 180^\circ - 2(\angle \alpha - 60^\circ)$, 解得 $\angle \alpha = 100^\circ$, 即 $\angle DEB$ 的度数为 100° .



图(1)



图(2)

(3) 如图(3),过点 E 作 $ES \parallel CD$, 设直线 CF 和射线 BP 相交于点 G . $\because BM$ 平分 $\angle EBK$, DN 平分 $\angle CDE$, $\therefore \angle EBM = \angle MBK = \frac{1}{2} \angle EBK$,

$\angle CDN = \angle EDN = \frac{1}{2} \angle CDE$. $\because ES \parallel CD$, $AB \parallel$

CD , $\therefore ES \parallel AB \parallel CD$, $\therefore \angle DES = \angle CDE$,

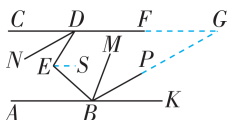
$\angle BES = \angle ABE = 180^\circ - \angle EBK$, $\angle G = \angle PBK$.

由(2)可知 $\angle DEB = 100^\circ$, $\therefore \angle DES + \angle BES = \angle CDE + 180^\circ - \angle EBK = 100^\circ$, $\therefore \angle EBK - \angle CDE = 80^\circ$. $\because BP \parallel DN$, $\therefore \angle CDN = \angle G$,

$\therefore \angle PBK = \angle G = \angle CDN = \frac{1}{2} \angle CDE$, $\therefore \angle PBM =$

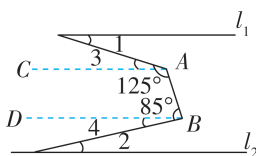
$\angle MBK - \angle PBK = \frac{1}{2} \angle EBK - \frac{1}{2} \angle CDE =$

$\frac{1}{2} (\angle EBK - \angle CDE) = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$.



图(3)

1. 17° 【解析】如图,过点 A 作 l_1 的平行线 AC , 过点 B 作 l_2 的平行线 BD , 则 $\angle 3 = \angle 1$, $\angle 4 = \angle 2$. $\because l_1 \parallel l_2$, $\therefore AC \parallel BD$, $\therefore \angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$, $\therefore \angle 3 + \angle 4 = 125^\circ + 85^\circ - 180^\circ = 30^\circ$, $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 30^\circ$. $\because \angle 1 = \angle 2 + 4^\circ$, $\therefore \angle 1 = 17^\circ$.



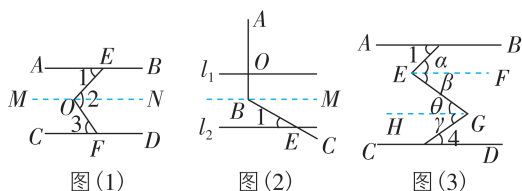
2. 【解】(1) $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$.

理由:如图(1),过点 O 作 $MN \parallel AB$. $\because AB \parallel CD, \therefore MN \parallel AB \parallel CD, \therefore \angle 1 = \angle EON, \angle 3 = \angle NOF, \therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle EON + \angle NOF = \angle EOF$, 即 $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$.

(2)如图(2),过 B 作 $BM \parallel l_1$, 则 $BM \parallel l_1 \parallel l_2$, $\therefore \angle MBC = \angle 1 = 30^\circ$.

$\because AB \perp l_1, \therefore AB \perp BM, \therefore \angle ABM = 90^\circ$, $\therefore \angle ABC = \angle ABM + \angle MBC = 120^\circ$.

故答案为 120° .



图(1)

图(2)

图(3)

(3) $\angle 1 + \angle 3 + \dots + \angle 2n-1 = \angle 2 + \angle 4 + \dots + \angle 2n$.
如图(3),取有限个角,并过点 E 作 $EF \parallel AB$, 则 $\angle 1 = \angle \alpha$. 过点 G 作 $GH \parallel EF$, 则 $\angle \theta = \angle \beta$, $GH \parallel AB$. $\because AB \parallel CD, \therefore CD \parallel GH, \therefore \angle \gamma = \angle 4$, $\therefore \angle 1 + \angle \theta + \angle \gamma = \angle \alpha + \angle \beta + \angle 4$, 由此推得 $\angle 1 + \angle 3 + \dots + \angle 2n-1 = \angle 2 + \angle 4 + \dots + \angle 2n$.

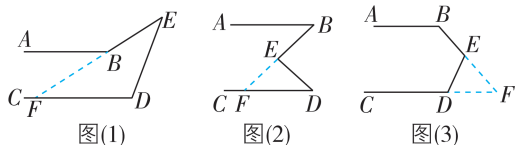
大招解读 | 延长截线

已知 $AB \parallel CD$.

如图(1),延长 EB 交 CD 于 F . 结论: $\angle ABE = \angle E + \angle D$.

如图(2),延长 BE 交 CD 于 F . 结论: $\angle BED = \angle B + \angle D$.

如图(3),延长 BE, CD 交于点 F . 结论: $\angle BED = 360^\circ - \angle B - \angle CDE$.

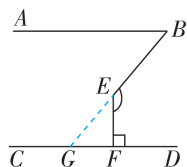


图(1)

图(2)

图(3)

3. 【解】如图,延长 BE 交直线 CD 于 G . $\because AB \parallel CD, \angle B = 50^\circ, \therefore \angle BGD = \angle B = 50^\circ$. $\because EF \perp CD, \therefore \angle EFC = 90^\circ, \therefore \angle GEF = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ, \therefore \angle BEF = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.



关键点拨

(1) 根据“两直线平行,同旁内角互补”和“同旁内角互补,两直线平行”说明即可;
(2) 延长 EF 交 CD 于点 I , 根据平行线的性质和角的等量代换说明即可.

刷有所得

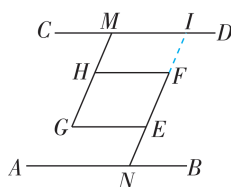
当一组平行线间有一个拐点时,可以延长线段,也可以过拐点作平行线. 当一组平行线间有多个拐点时,直接过拐点作平行线即可.

关键点拨

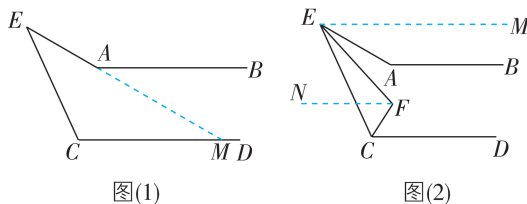
(1) 延长 EA 交 CD 于点 M , 利用平行线的性质及三角形内角和定理即可求解;
(2) 过点 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$, 则 $EM \parallel AB \parallel NF \parallel CD$, 根据平行线的性质及角平分线的定义求解即可.

4. 【解】(1) $\because HF \parallel GE, \therefore \angle HFE + \angle GEF = 180^\circ$.
又 $\because \angle HGE = \angle HFE, \therefore \angle HGE + \angle GEF = 180^\circ, \therefore GH \parallel EF$.

(2) 如图,延长 EF 交 CD 于点 I . $\because GH \parallel EF, \therefore \angle CMH = \angle MIF$. 又 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle MIF = \angle BNE, \therefore \angle CMH = \angle BNE$.



5. 【解】(1) 如图(1),延长 EA 交 CD 于点 M .
 $\because AB \parallel CD, \therefore \angle EAB = \angle EMD$. $\because \angle EMD + \angle EMC = 180^\circ, \angle E + \angle C + \angle EMC = 180^\circ, \therefore \angle EMD = \angle C + \angle E, \therefore \angle EAB = \angle C + \angle E, \therefore \angle EAB - \angle C = \angle E$.



图(1)

图(2)

(2) 如图(2),过点 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$. $\because AB \parallel CD, \therefore EM \parallel AB \parallel NF \parallel CD, \therefore \angle NFC = \angle FCD, \angle EFN = \angle FEM, \angle AEM + \angle A = 180^\circ. \because EF$ 平分 $\angle AEC, CF$ 平分 $\angle ECD, \therefore \angle AEF = \frac{1}{2} \angle AEC, \angle FCD = \frac{1}{2} \angle ECD, \therefore \angle FEM = \angle AEF + \angle AEM = \frac{1}{2} \angle AEC + 180^\circ - \angle A, \angle NFC = \frac{1}{2} \angle ECD, \therefore \angle EFN = \angle FEM = \frac{1}{2} \angle AEC + 180^\circ - \angle A, \therefore \angle EFN + \angle NFC = \frac{1}{2} \angle AEC + \frac{1}{2} \angle ECD + 180^\circ - \angle A = 105^\circ$, 即 $\angle AEC + \angle ECD = 2\angle A - 150^\circ$. 由(1)知, $\angle A - \angle ECD = \angle AEC, \therefore \angle AEC + \angle ECD = \angle A, \therefore \angle A = 2\angle A - 150^\circ, \therefore \angle A = 150^\circ$.

7.3 定义、命题、定理

刷基础

1. B 【解析】A 选项,两点确定一条直线不是定义,故不符合题意;B 选项,在同一平面内,不相交的两条直线叫作平行线是定义,故符合题意;C 选项,对顶角相等是性质,不是定义,

故不符合题意;D 选项,同角的余角相等是性质,不是定义,故不符合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】根据判断一件事情的语句,叫作命题,可知①③不是命题,②④是命题. 故选 C.

3. **A** 【解析】题目中的命题用“如果……那么……”的形式叙述为“如果两个角是等角的补角,那么这两个角相等”,所以“等角的补角”是题设. 故选 A.

4. 如果两条直线都垂直于同一条直线,那么这两条直线互相平行

5. 真命题 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行 【解析】小明提出的命题是真命题,依据是过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行. 故答案为真命题,过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.

6. **C** 【解析】A 选项, $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 1 \neq \angle 2$, 故不符合题意;B 选项, $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2 = 50^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 \neq 90^\circ$, 故不符合题意;C 选项, $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 但 $\angle 1 = \angle 2$, 可说明原命题是假命题,故符合题意;D 选项, $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle 2 \neq 90^\circ$, 故不符合题意. 故选 C.

7. **A** 【解析】

选项	分析	结论
A	这两个角相等,但这两个角不是对顶角	符合题意
B	这两个角相等,且这两个角是对顶角	不符合题意
C	这两个角不相等	不符合题意
D	这两个角不相等	不符合题意

8. $a = 1, b = -1$ (答案不唯一) 【解析】当 $a = 1$, $b = -1$ 时, $|1| = |-1|$, 但 $1 \neq -1$. 故答案为 $a = 1, b = -1$ (答案不唯一).

9. **B** 【解析】A 选项,内错角相等,需要有前提条件“两直线平行”,该选项是假命题;B 选项,同位角相等,两直线平行,该选项是真命题,也是定理;C 选项,一个角的余角可以等于它本身,如 45° ,该选项是假命题;D 选项,在同一平面内,过一点有且只有一条直线与已知直线垂直,该选项是假命题.

关键点拨
关键是掌握命题的题设与结论,知道命题的题设放在“如果”后面,结论放在“那么”后面.

思路分析
利用平移可知,阴影区域可看成是长为 $(12-2-2)$ m, 宽为 6 m 的长方形,据此进行计算即可.

思路分析
(3) 根据题意分别表示出三角形 ABC 和四边形 ABC'A' 的周长,进行等量代换可得 $CC' + AA' = 12$, 再根据平移的性质得 $AA' = CC' = PP'$, 据此可得 PP' 的长.

故选 B.

10. 【解】(答案不唯一) 选择①②作为条件, ③作为结论,命题正确. 理由如下:

$\because AB \parallel CE$,
 $\therefore \angle A = \angle ECA, \angle B = \angle ECD$.
 $\because CE$ 平分 $\angle DCA$,
 $\therefore \angle ECA = \angle ECD, \therefore \angle A = \angle B$.

7.4 平移

刷基础

1. **C** 【解析】A 选项,手表上指针的运动,不是平移,因此选项 A 不符合题意;B 选项,将一张纸片对折,不是平移,因此选项 B 不符合题意;C 选项,水平拉动抽屉的过程是平移,因此选项 C 符合题意;D 选项,荡秋千不是平移,因此选项 D 不符合题意. 故选 C.

2. 羽、朋、圭 (答案不唯一)

3. **B** 【解析】由题意可得种植鲜花的面积为 $(12-2-2) \times 6 = 48 (\text{m}^2)$. 故选 B.

4. **1** 【解析】由平移的性质可得 $EF = AB = 5 \text{ cm}$. \because 两长方形的重叠部分 FCDE 的面积是 35 cm^2 , $\therefore EF \cdot DE = 35$, $\therefore DE = 7 \text{ cm}$, $\therefore AE = AD - DE = 1 \text{ cm}$, \therefore 将长方形 ABCD 平移 1 cm 时,两长方形的重叠部分 FCDE 的面积是 35 cm^2 . 故答案为 1.

5. 【解】(1) 由平移性质得 $\angle A'B'C' = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle B'A'C' = \angle BAC = 53^\circ$, $AA' \parallel BC'$, $A'B' \parallel AB$, $\therefore \angle B'DC = \angle BAC = 53^\circ$, $\angle AA'B' = \angle A'B'C' = 90^\circ$, $\therefore \angle AA'C' = \angle AA'B' + \angle B'A'C' = 90^\circ + 53^\circ = 143^\circ$.

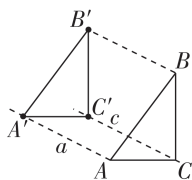
(2) $\because B'C' = BC = 8$, $CC' = 3$, $\therefore B'C = B'C' - CC' = 8 - 3 = 5$. 又 $\because DB' = 4$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{三角形}DB'C} = \frac{1}{2} DB' \times B'C = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$.


(3) $PP' = 6$. \because 三角形 ABC 的周长为 m , $\therefore AB + BC + AC = m$. \because 四边形 ABC'A' 的周长为 $m + 12$, $\therefore AB + BC' + A'C' + AA' = m + 12$, 即 $AB + BC + CC' + AC + AA' = m + 12$, $\therefore m + CC' + AA' = m + 12$, $\therefore CC' + AA' = 12$. 由平移的性质得 $AA' = CC' = PP'$, $\therefore 2PP' = 12$, $\therefore PP' = 6$, 即 PP' 的长度为 6.


6. 【解】(1)由题意得,正确的画图步骤顺序为

③①④②.

(2)如图,三角形 $A'B'C'$ 即为所求.



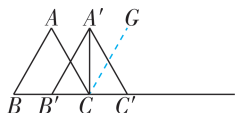
7. B 【解析】由题图可知,此图案由  平移

而成,所以空白处应该为  ,故选 B.

刷提升

1. B 【解析】由题意得,每次平移 4 个单位,则 n 次平移 $4n$ 个单位,即 BB_n 的长为 $4n$. 因为 $AB_n = AB + BB_n$, 所以 $AB_n = 4n + 5$, 故选 B.

2. C 【解析】如图(1),当点 B' 在 BC 上时,过点 C 作 $CG \parallel AB$.



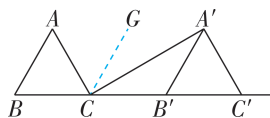
图(1)

\because 三角形 $A'B'C'$ 由三角形 ABC 平移得到,
 $\therefore AB \parallel A'B', \therefore CG \parallel AB \parallel A'B'$.

①当 $\angle ACA' = 2\angle CA'B'$ 时, 设 $\angle CA'B' = x$, 则 $\angle ACA' = 2x$. $\because CG \parallel AB \parallel A'B', \therefore \angle ACG = \angle BAC = 60^\circ, \angle A'CG = \angle CA'B' = x. \therefore \angle ACG = \angle ACA' + \angle A'CG, \therefore 2x + x = 60^\circ$, 解得 $x = 20^\circ$, $\therefore \angle ACA' = 2x = 40^\circ$.

②当 $\angle CA'B' = 2\angle ACA'$ 时, 设 $\angle CA'B' = y$, 则 $\angle ACA' = \frac{1}{2}y$, 同①可得 $y + \frac{1}{2}y = 60^\circ$, 解得 $y = 40^\circ, \therefore \angle ACA' = \frac{1}{2}y = 20^\circ$.

如图(2), 当点 B' 在 BC 延长线上时, 过点 C 作 $CG \parallel AB$.



图(2)

\because 三角形 $A'B'C'$ 由三角形 ABC 平移得到,
 $\therefore AB \parallel A'B', \therefore CG \parallel AB \parallel A'B'$.

关键点拨

根据三角形 ABC 的平移过程, 分点 B' 在 BC 上和点 B' 在 BC 延长线上两种情况讨论.

关键点拨

(2)判断出三角形 MNP 和五边形 $M'MNN'P'$ 的周长差为 $2MM'$ 是解题的关键.

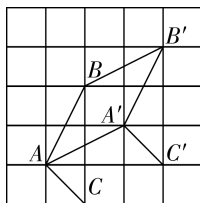
①当 $\angle ACA' = 2\angle CA'B'$ 时, 设 $\angle CA'B' = m$, 则 $\angle ACA' = 2m$. $\because CG \parallel AB \parallel A'B', \therefore \angle ACG = \angle BAC = 60^\circ, \angle A'CG = \angle CA'B' = m. \therefore \angle ACA' = \angle ACG + \angle A'CG, \therefore 2m = m + 60^\circ$,

解得 $m = 60^\circ, \therefore \angle ACA' = 2m = 120^\circ$.

②由图(2)可知, $\angle CA'B' < \angle ACA'$, 故此时不存在 $\angle CA'B' = 2\angle ACA'$ 这种情况.

综上所述, $\angle ACA' = 20^\circ$ 或 40° 或 120° . 故选 C.

3. 【解】(1)①如图, 三角形 $A'B'C'$ 即为所求.



②如图, 连接 AA', BB' , 则 AA' 与 BB' 之间的数量关系为 $AA' = BB'$; AA' 与 BB' 之间的位置关系为 $AA' \parallel BB'$. 故答案为 $AA' = BB', AA' \parallel BB'$.

(2) \because 将三角形 MNP 沿 MM' 方向平移若干距离得到三角形 $M'N'P'$, $\therefore MM' = NN', MN = M'N', PN = P'N', PM = P'M'. \therefore$ 三角形 MNP 和五边形 $M'MNN'P'$ 的周长分别是 5 与 9, $\therefore MM' + NN' = 2MM' = 9 - 5 = 4, \therefore MM' = 2$, \therefore 三角形 MNP 平移的距离为 2. 故答案为 2.

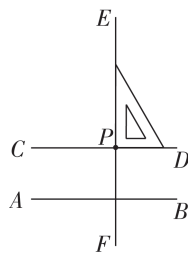
4. B 【解析】设 1 号正方形的边长为 x , 2 号正方形的边长为 y , 则 3 号正方形的边长为 $x+y$, 4 号正方形的边长为 $2x+y$, 5 号长方形的长为 $3x+y$, 宽为 $y-x$. 由题图(1)中长方形的周长为 40, 可得 $y + 2(x+y) + (2x+y) = 20$, 解得 $x + y = 5$. 如图, \therefore 大长方形的周长为 58, $\therefore AB + 2(x+y) + 2x + y + y - x = 29, \therefore AB = 29 - 3x - 4y$. 根据平移得, 没有被覆盖的阴影部分的周长为四边形 $ABCD$ 的周长, $\therefore 2(AB + AD) = 2(29 - 3x - 4y + x + y + 2x + y + y - x) = 2(29 - x - y) = 2 \times (29 - 5) = 48$. 故选 B.



5.4 【解析】∵ 将四边形 $ABCD$ 沿 AB 方向平移得到四边形 $EFGH$, ∴ $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{四边形}EFGH}$. 又
 $\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\text{阴影}} + S_{\text{四边形}EBPH}$, $S_{\text{四边形}EFGH} = S_{\text{四边形}BFGP} + S_{\text{四边形}EBPH}$, ∴ $S_{\text{阴影}} = S_{\text{四边形}BFGP}$. ∵ $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, ∴ $\angle ABC = 180^\circ - \angle A = 90^\circ$,
 $\therefore \angle FBC = 90^\circ$. 由平移的性质得, $\angle F = \angle ABC = 90^\circ$, $BC = FG = 8$, $AB = EF$, ∴ $AE = BF$, 四边形 $BFGP$ 是直角梯形. 又 $\because CP = 2$,
 $\therefore BP = 6$. $\because S_{\text{阴影}} = 28$, $\therefore S_{\text{四边形}BFGP} = 28$, $\therefore \frac{1}{2} \times (6+8) \cdot BF = 28$, 解得 $BF = 4$, $\therefore AE = 4$. 故答案为 4.

思路分析

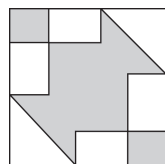
根据平行线的性质、平移的性质, 得 $S_{\text{阴影}} + S_{\text{四边形}EBPH} = S_{\text{四边形}BFGP} + S_{\text{四边形}EBPH}$, 即 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{四边形}BFGP}$. 由梯形面积公式列出关于 BF 的方程并求解, 从而求得 AE 的长.



图(2)

3. A 【解析】根据平移的定义可知选项 A 符合题意. 故选 A.

4. 【解】如图所示. (答案不唯一)

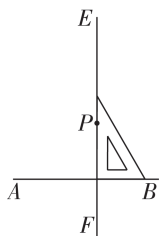


数学活动

刷活动

1. D 【解析】由同位角相等, 两直线平行可知
 ①正确; 由平面内垂直于同一条直线的两条直线平行可知②③正确; 根据内错角相等, 两直线平行可知④正确. 故选 D.

2. 【解】(1) $\because \angle AQB = 180^\circ$,
 $\therefore \angle PQB = \angle PQA = \frac{1}{2} \angle AQB = 90^\circ$.
 $\because CD \perp PQ$, $\therefore \angle CPQ = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CPQ = \angle PQB$, $\therefore CD \parallel AB$.
 (2) 由题意和作图可知, 小婷作出 $CD \parallel AB$ 的理由是同位角相等, 两直线平行. 故答案为 A.
 (3) 第一步: 如图(1), 把三角板的一条直角边放置在直线 AB 上, 且另一条直角边经过点 P , 画出直线 EF ;



图(1)

第二步: 把三角板沿 FE 向上平移, 使三角板的直角顶点与点 P 重合, 画直线 CD , 如图(2), $CD \parallel AB$ 即为所求.

全章综合训练

刷中考

1. A 【解析】依据的数学原理是垂线段最短, 故选 A.

2. C 【解析】∵ 光能利用率最高时, 集热板与太阳光线垂直, $\therefore \alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. $\because \beta = 54^\circ$, $\therefore \alpha = 90^\circ - \beta = 36^\circ$, 故选 C.

3. 35 【解析】∵ $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 为对顶角, $\angle 1 = 35^\circ$, $\therefore \angle 2 = \angle 1 = 35^\circ$.

4. C 【解析】A 选项, $\angle 1 = \angle 2$, 不能判定 $l_1 \parallel l_2$, 故不符合题意; B 选项, $\angle 1 = \angle 3$, 不能判定 $l_1 \parallel l_2$, 故不符合题意; C 选项, 根据“同位角相等, 两直线平行”, $\angle 1 = \angle 4$ 能判定 $l_1 \parallel l_2$, 故符合题意; D 选项, $\angle 2 = \angle 3$, 不能判定 $l_1 \parallel l_2$, 故不符合题意. 故选 C.

5. B 【解析】∵ $AB \parallel CD$, $\therefore \angle AEG = \angle 2 = 50^\circ$.
 $\because \angle 1 = 70^\circ$, $\therefore \angle GEF = 180^\circ - \angle 1 - \angle AEG = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$. 故选 B.

6. C 【解析】∵ $AD \parallel BC$, $\therefore \angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$. $\because \angle ABC = 70^\circ$, $\therefore \angle BAD = 110^\circ$, 故选 C.

7. 【解】(1) $\because DE \parallel BC$, $\therefore \angle C = \angle AED$.
 $\because \angle EDF = \angle C$, $\therefore \angle AED = \angle EDF$, $\therefore DF \parallel AC$, $\therefore \angle BDF = \angle A$.

(2) $\because \angle A = 45^\circ, \therefore \angle BDF = 45^\circ. \therefore DF$ 平分 $\angle BDE, \therefore \angle BDE = 2\angle BDF = 90^\circ. \therefore DE \parallel BC,$
 $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BDE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$

8. (答案不唯一) -3 1 【解析】当 $a = -3, b = 1$ 时, $a^2 > 4b^2$, 但是 $a < 2b$, 故答案为 -3, 1 (答案不唯一).

9. 24 【解析】由题意得, $DF = AC, AD = CF = 2,$
 \therefore 四边形 $ABFD$ 的周长为 $AB + BF + DF + AD =$
 $AB + BC + CF + AC + AD = 20 + AD + CF = 20 + 2 + 2 =$
 24. 故答案为 24.

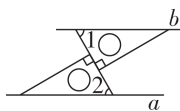
刷章测

1. C 【解析】当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $a > 0, a^2 = \frac{1}{4}, \frac{1}{a} = 2.$
 $\therefore \frac{1}{4} < 2, \therefore a^2 < \frac{1}{a}, \therefore$ 命题“若 $a > 0$, 则 $a^2 \geq \frac{1}{a}$ ”
 是错误的, 其他选项均不符合, 故选 C.

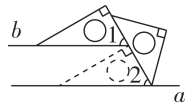
2. C 【解析】A 选项, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角, 因此选项 A 不符合题意; B 选项, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是邻补角, 因此选项 B 不符合题意; C 选项, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角, 因此选项 C 符合题意; D 选项, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是对顶角, 因此选项 D 不符合题意. 故选 C.

3. A 【解析】 $\because \angle AOB$ 沿着 MN 的方向平移一定距离后得到 $\angle CPD, \therefore BO \parallel DP, \therefore \angle BON = \angle DPN = 40^\circ. \therefore \angle AOM + \angle AOB + \angle BON = 180^\circ, \therefore \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 105^\circ.$ 故选 A.

4. A 【解析】如图(1), $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行). 如图(2), $\because \angle 1 = \angle 2, \therefore a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行). 故甲、乙都正确, 故选 A.



图(1)



图(2)

5. B 【解析】设 $\angle CEF = x^\circ.$ 由题意得 $AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle DFE = 180^\circ - \angle CEF = 180^\circ - x^\circ, \angle GFE =$
 $\angle CEF = x^\circ, \therefore \angle D'FE = \angle AFD' + \angle GFE =$

思路分析

设 $\angle CEF = x^\circ,$
 根据 $AD \parallel BC$
 得 $\angle DFE = 180^\circ - x^\circ,$
 $\angle GFE = x^\circ,$ 进而
 得出 $\angle D'FE = x^\circ + 50^\circ,$ 再根据折叠的性质
 得 $\angle D'FE = \angle DFE,$ 则 $x^\circ + 50^\circ = 180^\circ - x^\circ,$ 由此解出 x
 即可得出 $\angle CEF$ 的度数.

$50^\circ + x^\circ.$ 根据折叠的性质, 得 $\angle D'FE = \angle DFE, \therefore 180^\circ - x^\circ = 50^\circ + x^\circ,$ 解得 $x = 65.$ 故选 B.

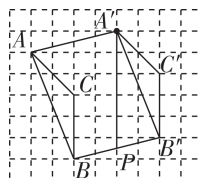
6. A 【解析】由平移得, $AD = BE = CF = 3, AC \parallel DF, AB \parallel DE, AB = DE = 3, AC = DF = 4, BC = EF = 5, \angle BAC = \angle EDF = 90^\circ,$ 故①②正确;
 $\therefore BF = BC + CF = 5 + 3 = 8, EC = BC - BE = 5 - 3 = 2, \therefore$ 四边形 $ABFD$ 的周长为 $AB + AD + DF + BF = 3 + 3 + 4 + 8 = 18, AD : EC = 3 : 2,$ 故③④正确; 设点 A 到 BC 的距离为 $h. \because \angle BAC = 90^\circ, AB = 3, AC = 4, BC = 5, \therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} h \times 5,$ 解得 $h = 2.4, \therefore$ 点 A 到 BC 的距离是 2.4, 故⑤正确. 综上, 正确的是①②③④⑤, 共 5 个. 故选 A.

7. 在同一平面内, 垂直于同一条直线的两条直线平行 (答案不唯一) 【解析】 $\because AC \perp AB, BD \perp AB, \therefore AC \parallel BD$ (在同一平面内, 垂直于同一条直线的两条直线平行). (答案不唯一)

8. 3 : 2 【解析】如图, 过点 E 作 $l_1 \parallel CD,$ 过点 F 作 $l_2 \parallel CD. \because AB \parallel CD, \therefore l_1 \parallel AB \parallel CD, l_2 \parallel AB \parallel CD, \therefore \angle 1 = \angle CDF, \angle 2 = \angle ABF, \angle 3 = \angle CDE, \angle 4 = \angle ABE, \therefore \angle DFB = \angle 1 + \angle 2 = \angle CDF + \angle ABF, \angle BED = \angle 3 + \angle 4 = \angle CDE + \angle ABE. \therefore 3\angle ABF = 2\angle ABE, 3\angle CDF = 2\angle CDE, \therefore \angle ABF = \frac{2}{3}\angle ABE, \angle CDF = \frac{2}{3}\angle CDE, \therefore \angle BFD = \angle CDF + \angle ABF = \frac{2}{3}(\angle ABE + \angle CDE) = \frac{2}{3}\angle BED,$ 即 $\angle BED : \angle BFD = 3 :$

2. 故答案为 3 : 2.

9. 【解】(1) 如图, 三角形 $A'B'C', AA', BB'$ 即为所求.



(2) 根据平移可知 $AA' \parallel BB'$, $\therefore \angle A'AB + \angle ABB' = 180^\circ$, 故答案为 $\angle A'AB + \angle ABB' = 180^\circ$.

(3) 如图, 根据网格特点, 过点 A' 作 $A'P \parallel B'C'$, 交 BB' 于点 P , 则点 P 即为所求.

$\because A'P \parallel B'C'$, $\therefore \angle PA'B' = \angle A'B'C'$. 根据平移可知 $\angle ABC = \angle A'B'C'$, $\therefore \angle PA'B' = \angle ABC$.

10. 【证明】 (1) $\because \angle 1 = \angle B$, $\therefore CE \parallel BF$, ----- **关键点拨**

$\therefore \angle AOE = \angle AFB$.

$\because AF \perp CE$, $\therefore \angle AOE = 90^\circ$, $\therefore \angle AFB = 90^\circ$.

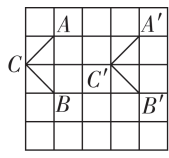
(2) $\because \angle AFC + \angle AFB + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle AFB = 90^\circ$, $\therefore \angle AFC + \angle 2 = 90^\circ$.

$\because \angle A + \angle 2 = 90^\circ$, $\therefore \angle AFC = \angle A$, $\therefore AB \parallel CD$.

(1) 熟练掌握平行线的判定及性质是解题关键.

11. 【解】 (1) 由题意得, 线段 AB 平移的距离是 3, 四边形 $ABB'A'$ 的面积为 6. 故答案为 3, 6.

(2) ① 如图, 折线 $A'C'B'$ 即为所求.



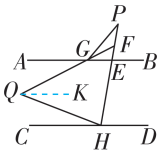
② 多边形 $ACBB'C'A'$ 的面积为 6. 故答案为 6.

(3) 小路的面积为 mb .

12. 【解】 (1) $\because \angle P + \angle PGE + \angle PEG = 180^\circ$, $\angle PEB + \angle PEG = 180^\circ$, $\therefore \angle PEB = \angle P + \angle PGE$.

又 $\because \angle PGB + \angle P = \angle PHD$, $\therefore \angle PEB = \angle PHD$, $\therefore AB \parallel CD$.

(2) 过点 Q 作 $QK \parallel AB$, 如图(1),



图(1)

则 $\angle GQK = \angle EGF$.

由(1)知 $AB \parallel CD$, $\therefore QK \parallel CD$, $\therefore \angle HQK = \angle CHQ$, $\therefore \angle GQH = \angle GQK + \angle HQK = \angle EGF + \angle CHQ$.

$\because GF$ 平分 $\angle PGB$, $\therefore \angle PGB = 2\angle EGF = 2\angle GQK$.

$\because HP$ 平分 $\angle QHD$, $\therefore \angle QHD = 2\angle PHD$.

关键点拨 (3) 根据点 M 的位置不同, 分三种情况讨论.

$\therefore \angle PGB + \angle P = \angle PHD$, $\therefore \angle QHD = 2\angle PHD = 2\angle PGB + 2\angle P = 4\angle GQK + 2\angle P$.

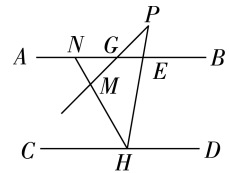
$\because 2\angle GQH + \angle P = 120^\circ$, $\therefore 2\angle GQK + 2\angle HQK + \angle P = 120^\circ$, $\therefore 2\angle GQK + \angle P = 120^\circ - 2\angle HQK = 120^\circ - 2\angle QHC$, $\therefore \angle QHD = 4\angle GQK + 2\angle P = 2(120^\circ - 2\angle QHC) = 240^\circ - 4\angle QHC$.

$\because \angle QHC = 180^\circ - \angle QHD$, $\therefore \angle QHD = 240^\circ - 4(180^\circ - \angle QHD)$, 解得 $\angle QHD = 160^\circ$.

(3) $\angle MNB + \angle PHM = 100^\circ$ 或 $\angle MNB - \angle PHM = 80^\circ$ 或 $\angle MNB + \angle PHM = 80^\circ$.

在(2)的条件下, $\angle PHD = 80^\circ$.

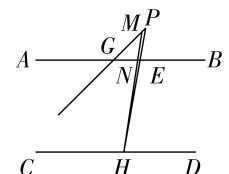
若点 M 在 PG 的延长线上, 如图(2).



图(2)

$\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle HEN = \angle PHD = 80^\circ$. $\therefore \angle MNB + \angle PHM + \angle HEN = 180^\circ$, $\therefore \angle MNB + \angle PHM = 180^\circ - \angle HEN = 100^\circ$.

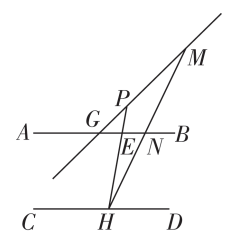
若点 M 在线段 PG 上, 如图(3).



图(3)

$\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle HEN = \angle PHD = 80^\circ$, $\angle MNB = \angle MHD = \angle PHM + \angle PHD = \angle PHM + \angle HEN$, $\therefore \angle MNB - \angle PHM = \angle HEN = 80^\circ$.

若点 M 在 GP 的延长线上, 如图(4).



图(4)

$\because AB \parallel CD, \therefore \angle HEN + \angle PHD = 180^\circ,$
 $\therefore \angle HEN = 180^\circ - \angle PHD = 100^\circ.$
 $\therefore \angle HNE + \angle PHM + \angle HEN = 180^\circ, \angle MNB =$
 $\angle HNE, \therefore \angle MNB + \angle PHM = 180^\circ - \angle HEN =$

$80^\circ.$

综上所述, $\angle MNB$ 和 $\angle PHM$ 的数量关系是
 $\angle MNB + \angle PHM = 100^\circ$ 或 $\angle MNB - \angle PHM =$
 80° 或 $\angle MNB + \angle PHM = 80^\circ.$

第八章 实数

8.1 平方根

课时1 平方根



1. C

2. C 【解析】当 $a = -2$ 时, $a+1$ 没有平方根, 故小丁说法错误; 当 a 为正数时, $-a$ 没有平方根, 当 a 为 0 或负数时, $-a$ 有平方根, 故小张说法正确; $\because a^2 + 2 > 0, \therefore a^2 + 2$ 一定有平方根, 故小刘说法正确. 故选 C.

3. C 【解析】 $\because 2\ 025$ 的两个平方根是 m 和 n , $\therefore mn = -m^2 = -2\ 025, m+n=0, \therefore m+2mn+n = -4\ 050$, 故选 C.

4. $x \geq 1$ 【解析】根据题意得 $x-1 \geq 0$, 所以 $x \geq 1$. 故答案为 $x \geq 1$.

5. $\sqrt{2}$ 【解析】由题意得 $2 \times 2^2 - 4 = 2a^2$, 解得 $a = \sqrt{2}$ 或 $a = -\sqrt{2}$ (舍去). 故答案为 $\sqrt{2}$.

6. (1) 9 (2) 2 【解析】(1) \because 正有理数 x 的平方根是 a 和 $a+b, \therefore a+a+b=0. \because b=6, \therefore 2a+6=0, \therefore a=-3, \therefore x=9$. 故答案为 9.

(2) \because 正有理数 x 的平方根是 a 和 $a+b, \therefore (a+b)^2 = x, a^2 = x. \therefore a^2x + (a+b)^2x = 8, \therefore x^2 + x^2 = 8, \therefore x^2 = 4. \because x > 0, \therefore x = 2$. 故答案为 2.

7. 【解】①当 $a+3=2a-15$ 时, $a=18$, 则 $a+3=21, 21^2=441$; ②当 $a+3=-(2a-15)$ 时, $a=4$, 则 $a+3=7, 7^2=49$. 故这个数是 49 或 441.

8. D 【解析】 $2 \frac{1}{4} = \frac{9}{4}, \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$. 故选 D.

9. $\pm\sqrt{2}$ 【解析】 $\because \sqrt{4}=2, \therefore 2$ 的平方根是 $\pm\sqrt{2}$. 故答案为 $\pm\sqrt{2}$.

10. 2 或 -12 【解析】 $\because [(\quad) + 5]^2 = 49, \therefore (\quad) + 5 = \pm 7, \therefore (\quad)$ 内的数为 2 或 -12,

关键点拨

只有非负数才有平方根, 此题中, 判断数的正负是解题的关键.

关键点拨

正数的平方根有两个, 它们互为相反数.

易错警示

本题容易忽视 $a+3$ 和 $2a-15$ 可能相等而出错.

易错警示

求一个数的平方根一定要先将原数计算化简, 再进行开方.

故答案为 2 或 -12.

11. 【解】(1) $(-15)^2 = 225$, 225 的平方根是 ± 15 , 用式子表示为 $\pm \sqrt{(-15)^2} = \pm 15$.

(2) $\left| \frac{4}{121} \right| = \frac{4}{121}, \frac{4}{121}$ 的平方根是 $\pm \frac{2}{11}$, 用式子表示为 $\pm \sqrt{\left| \frac{4}{121} \right|} = \pm \frac{2}{11}$.

12. 【解】(1) 移项得 $9x^2 = 25$, 两边都除以 9 得 $x^2 = \frac{25}{9}$, 由平方根的定义得 $x = \pm \frac{5}{3}$.

(2) $(x-1)^2 + 8 = 72$, 移项得 $(x-1)^2 = 72-8$, 合并同类项得 $(x-1)^2 = 64$, 由平方根的定义得 $x-1 = \pm 8$, 即 $x=9$ 或 $x=-7$.

(3) 移项得 $3(x+2)^2 = 27$, 两边都除以 3 得 $(x+2)^2 = 9$, 由平方根的定义得 $x+2 = \pm 3$, 即 $x=1$ 或 $x=-5$.

(4) 两边都乘 2 得 $(x-5)^2 = 16$, 由平方根的定义得 $x-5 = \pm 4$, 即 $x=9$ 或 $x=1$.

课时2 算术平方根



刷基础

1. D 【解析】0.01 的算术平方根是 0.1. 故选 D.

2. A 【解析】A 选项, $\sqrt{25}$ 表示 25 的算术平方根, 故 A 正确; B 选项, $-\sqrt{2}$ 不是 2 的算术平方根, 故 B 错误; C 选项, 2 的算术平方根为 $\sqrt{2}$, 故 C 错误; D 选项, $\sqrt{2}$ 是 2 的算术平方根, 故 D 错误. 故选 A.

3. A 【解析】算术平方根等于本身的数有 0, 1. 故选 A.

4. B 【解析】由题意可得 $R=5\ \Omega, t=1\ \text{s}, Q=30\ \text{J}, \therefore 30=I^2 \times 5 \times 1, \therefore I^2=6. \because I>0, \therefore I=\sqrt{6}, \therefore$ 通过的电流 I 为 $\sqrt{6}\ \text{A}$. 故选 B.